Prof. Dr hab. inż. Jan Sokołowski
Instytut Badań Systemowych
Polskiej Akademii Nauk

Warszawa, 20 luty 2022 r.

RECENZJA

Rozprawy doktorskiej mgr inż. Karola Bołbotowskiego pt.
"Elastic bodies and structures of the optimum form, material distribution and anisotropy"
Warsaw University of Technology and University of Warsaw, 2021.
Tytuł rozprawy w wolnym tłumaczeniu na język polski:
"Optymalne projektowanie ciał i konstrukcji sprężystych".
Promotorzy:
Profesor Tomasz Lewiński, Profesor Piotr Rybka.

1. Omówienia zakresu rozprawy.

W rozprawie rozważane są zadania optymalnego projektowania konstrukcji sprężystych. Autor wykorzystuje abstrakcyjną, matematyczną teorię optymalizacji wypukłej w przestrzeniach miar do efektywnego rozwiązywania zadań projektowania. Podaje również wyniki dotyczące istnienia rozwiązań projektu oraz wzory na układ optymalności takiego projektu jednoznacznie wyznaczający jedyne rozwiązanie.
Autor wykorzystuje równoważne sformułowanie projektu jako pary dwóch zadań dualnych. Podstawowym założeniem rozprawy jest wypukłość pary zadań dualnych. Do wyznaczania rozwiązania dwóch zadań dualnych służy układ optymalności projektu.
W punkcie 4.5 opisano trzy główne zastosowania do Projektowania Materiału z Wolnego Wyboru (w angielskim skrócie FMD od free material design). To sformułowanie projektów znane z literatury zostało w rozprawie uogólnione m.in. na przypadek nieliniowego związku konstytutywnego. W punkcie 4.6 zaproponowano klasyczną metodę elementu skończonego do dyskretyzacji dwóch dualnych zadań programowania wypukłego i układu optymalności wyznaczających rozwiązania projektów.
W rozdziale 5 podano szereg wyników dotyczących projektowania membran. Podano równoważne sformułowanie zadania optymalnego projektowania w postaci dwóch wypukłych zadań dualnych. Wyznaczono też układ optymalności projektu i zaprezentowano wyniki numeryczne oparte na rozwiązywaniu dyskretnej wersji układu optymalności. W rozdziale 6 rozważono zadania projektowania przekryć przy założeniu, że obciążenia są migrujące. Podobnie jak w rozdziale 5, Autor pokazuje w rozdziale 6 istnienie rozwiązań projektów oraz formułuje układy optymalności tych projektów przy pewnych dodatkowych założeniach dotyczących regularności rozwiązań zadań dualnych wyznaczających projekty.
Podsumowując - w rozprawie zaproponowano metodologię praktycznego wykorzystania abstrakcyjnej teorii optymalizacji wypukłej w przestrzeniach miar do projektowania konstrukcji sprężystych spełniających pewne założenia nałożone na takie konstrukcje.
Założenia dotyczą przede wszystkim wypukłości dwóch zadań dualnych wyznaczających projekt, bez wypukłości proponowana metodologia nie działa.

W punkcie 4.8 podano pewne wyniki dotyczące optymalnego projektowania przewodników ciepła. Wyniki abstrakcyjne podane w rozprawie dotyczą istnienia rozwiązań optymalnych projektów i warunków optymalności spełnianych przez te rozwiązania.

2. Uwagi merytoryczne.

2.1 Związki optymalnego projektowania konstrukcji z optymalizacją kształtu.

Optymalizacja konstrukcji może polegać na określeniu dekompozycji obszaru projektowego, w którym mieści się konstrukcja i wypełnieniu znalezionych podobszarów elementami typu: ciała sprężyste (lub podobne ze związkami konstytutywnymi typu "beton" etc.), powłoki, płyty, belki i inne z katalogu dostępnych tzn. możliwych do użycia elementów. Jednym z kryteriów wyboru może być np. waga konstrukcji przy ograniczeniach, które odpowiadają jej poprawnemu funkcjonowaniu. Jeśli więc mamy wybierać elementy konstrukcji, to w podobszarach mogą pojawić się zadania optymalizacji kształtu. Dlatego chciałbym tutaj zwrócić uwagę na niektóre cechy zadań optymalizacji kształtu przydatne w zadaniach optymalnego projektowania. Zadania optymalizacji kształtu mogą być bardziej złożone niż rozpatrywane w pracy zadania optymalnego projektowania z punktu widzenia teorii matematycznej ich rozwiązywania.

Optymalizacja kształtu polega na poszukiwaniu obszaru w przestrzeni trójwymiarowej minimalizującego zadany funkcjonał jakości. W obszarze tym są określone równania fizyki matematycznej, a od rozwiązań tych równań zależy funkcjonał jakości. Klasyczny przykład to np. opór hydrodynamiczny samolotu przy równaniach stanu modelujących przepływ gazu wokół samolotu. W rozprawie takimi równaniami stanu są wyłącznie statyczne zadania brzegowe z liniowej teorii sprężystości, w których dopuszczalne są także pewne nieliniowe związki konstytutywne. Projekt jest tak skonstruowany aby było spełnione zasadnicze założenie o wypukłości nieodzowne do zastosowania proponowanej metody matematycznej rozwiązywania.

2.2 Analiza wypukłych zadań programowania matematycznego.

Rozpatrywane w rozprawie zadania optymalnego projektowania, z punktu widzenia analizy matematycznej, są wypukłymi zadaniami programowania matematycznego. Założenie o wypukłości nie jest spełnione w zadaniach optymalizacji kształtu, bo funkcjonał zależny od obszaru nie jest wypukły.

W matematycznej teorii optymalizacji kształtu, w ramach teorii wariacyjnej dla zadań programowania matematycznego, podstawową rolę odgrywają następujące trzy zagadnienia:

(A) Istnienie rozwiązania optymalnego;

(B) Warunki konieczne i wystarczające optymalności;

(C) Dyskretyzacja i zbieżne metody numeryczne wyznaczania rozwiązania optymalnego.

Ponieważ w ogólnym przypadku zadania optymalizacji kształtu nie są wypukłe więc zagadnienie (A) może prowadzić do badania rozwiązań uogólnionych otrzymanych np. metodą homogenizacji. Ma to miejsce np. dla klasy zadań optymalizacji kształtu zależnych od funkcji charakterystycznej poszukiwanego obszaru. Przejście z punktu (A) do punktu (B) wymaga ciągłości funkcjonału kształtu oraz jego różniczkowalności. Istnieją co najmniej dwa

rodzaje różniczkowalności funkcjonałów zależnych od obszaru geometrycznego: pochodna Lie w kierunku pola wektorowego i pochodna topologiczna dla danej rodziny zaburzeń osobliwych. Obydwie pochodne dają warunki optymalności pierwszego i drugiego rzędu, a także uzasadniają np. metody gradientowe lub metodę Newtona wyznaczania optymalnego obszaru. Istnienie pochodnej topologicznej wymaga odpowiedniej ciągłości rozwiązań równania stanu. W rozprawie równanie stanu ma postać eliptycznego układu równań różniczkowych cząstkowych.
Dodatkowa regularność nieznanych rozwiązań projektów jest konieczna do poprawnego określenia układu optymalności rozpatrywanych projektów.
Układ optymalności w zadaniach ściśle wypukłych ma dokładnie jedno rozwiązanie, jeśli takie rozwiązanie istnieje.

2.3 Warunki optymalności.

W rozprawie dopuszczalne są przypadki nieliniowego równania stanu. Optymalna wartość funkcjonału jakości zależy od rozwiązań równań sprężystości, określonych przez związek konstytutywny pomiędzy naprężeniami i odkształceniami. Założenia dotyczące związku konstytutywnego są podane w punkcie 3.4.
Dla liniowego równania stanu Autor ogranicza się w rozprawie do przypadku liniowego wskaźnika jakości wynikającego np. ze wzoru na energię. Taki wybór wskaźnika jakości, przy odpowiednim wyborze restryktywnych ograniczeń, pozwala na dwa istotne uproszczenia rozważanych zadań optymalnego projektowania w porównaniu z zadaniami optymalizacji kształtu. Po pierwsze, pozwala na wykorzystanie teorii optymalizacji wypukłej do rozwiązywania rozpatrywanych zadań optymalizacji. Po drugie, daje możliwość wykorzystania matematycznej teorii transportu dla zapewnienia istnienia rozwiązania optymalnego. Jest to wyjątkowe osiągnięcie, ale wiąże się z trudnościami matematycznymi. Moim zdaniem zasadniczą trudnością może być punkt (C), którego brak w rozprawie. W rozprawie optymalnego obszaru poszukuje się jako nośnika pewnej miary, co jak się wydaje redukuje możliwości analizy regularności rozwiązań równań sprężystości dla znalezionych konstrukcji optymalnych. Co więcej, w rozprawie brak wyników dotyczących regularności rozwiązań projektów. Nie wiadomo czy wymagane wyniki regularności są znane w literaturze przedmiotu. Inną cechą proponowanej metodyki postępowania, jak się wydaje, są trudności w znalezieniu praktycznych i nowych przykładów. W tym zakresie rozdziały 5. i 6. rozprawy zawierają pewne nowe zastosowania i stanowią główny element innowacji zawarty w rozprawie i będący osiągnięciem naukowym Autora.

Jak już napisałem powyżej, warunki optymalności wymagają pewnych dodatkowych założeń regularności nieznanych rozwiązań optymalnych. Rozwiązania ciągłe projektów można wyznaczyć w postaci jawnej tylko w szczególnych przypadkach. Nie wiemy więc, czy w ogólnym przypadku dla konkretnego projektu, można wykorzystać układ optymalności do dyskretyzacji projektu. Nie podano założeń zapewniających wystarczającą regularność rozwiązań i jest to istotna luka w matematycznej teorii przedstawionej w rozprawie. Co więcej, proponowana metodologia nie pozwala niestety na wyznaczenie konstrukcji dopuszczalnych do praktycznej realizacji, a jedynie oferuje pewne wartości graniczne, na przykład minimalną możliwą wagę konstrukcji, która realizuje podstawowe zadanie przenoszenia ciężaru czy obciążenia na podpory. Tak więc, proponowana metodologia może dostarczać inżynierowi użytecznych wskazówek do projektowania konkretnej konstrukcji, jeśli projektant jest w stanie znaleźć użyteczne informacje, wyznaczając rozwiązania dwóch dualnych problemów wypukłych poprzez rozwiązanie układu optymalności. W tym sensie proponowana metodologia postępowania nie jest jeszcze, moim zdaniem, w pełni konstruktywna. Dalszy rozwój proponowanej metodologii zależy więc od ważności potencjalnych zastosowań i postępu w matematycznej analizie dwóch dualnych zadań wypukłych i własności rozwiązań projektów. Do rozwiązania pozostały interesujące i trudne zadania matematyczne. Rozprawa pokazuje konieczność dalszego wykorzystania analizy matematycznej do optymalnego projektowania konstrukcji.

2.4 Metody obliczeniowe.

Istnienie regularnych rozwiązań projektów nie jest oczywiste. Brakuje matematycznej teorii w przestrzeniach miar, dającej odpowiedź na pytanie kiedy wyjściowe problemy dualne posiadają dobrze określony układ optymalności. Mówiąc inaczej, do końca nie wiadomo kiedy dla konkretnego projektu obowiązuje wypisany w pracy układ optymalności, który wyznacza jednoznacznie rozwiązanie projektu. Oprócz rozwiązywania układu optymalności, jak przypuszczam, można też określić metody gradientowe lub typu Newtona do efektywnego rozwiązywania dwóch zadań dualnych, jak to ma miejsce w zadaniach programowania matematycznego.

Niezależnie od uwag krytycznych jestem pełen podziwu dla wyników tej rozprawy, która łączy elementy inżynierskiej teorii projektowania konstrukcji z zaawansowaną teorią dualności zadań wypukłych wykorzystaną do ich rozwiązywania na poziomie ciągłym. Dyskretyzacja wypukłych zadań dualnych w przestrzeniach miar jest jednak konieczna do zastosowania proponowanej techniki w praktyce inżynierskiej. Trzeba będzie w miarę możliwości uzupełnić wyniki teoretyczne przez pokazanie zbieżności dyskretyzacji będącej skończenie wymiarową aproksymacją układów optymalności. To uzupełnienie nie tylko wymaga dalszych badań, ale też jest konieczne do ewentualnego wykorzystania proponowanej metodyki postępowania w rozwiązywaniu zadań praktycznych. Najlepszą metodą sprawdzenia poprawności uzyskanych wyników byłoby np. wybudowanie optymalnej kopuły i eksperymentalne stwierdzenie, że się nie zawali.

3. Uwagi redakcyjne.

Praca jest dobrze zredagowana. Wszystkie wyniki matematyczne, z których Autor korzysta są dobrze udokumentowane. W szczególności rozważane zadania dualne są sformułowane w przestrzeniach miar przy czym Autor nie zwraca uwagi na to czy są to przestrzenie refleksywne i ośrodkowe co wydaje się istotne zarówno w matematycznej teorii dualności jak i dla dyskretyzacji i metod aproksymacji układów optymalności.
Oryginalne wyniki rozprawy są przedmiotem publikacji w czasopismach naukowych. Z tych publikacji wyróżniłbym [29]. Praca ukazała się w renomowanym czasopiśmie matematycznym i jest wspólnym osiągnięciem Autora z Guy Bouchitté.
Gdyby ta rozprawa była złożona w dziedzinie matematyki stosowanej to rozdział 2. powinien zostać umieszczony na jej końcu jako dodatek.
Brakuje też w rozprawie podstawowych informacji dotyczących istnienia i osobliwości słabych rozwiązań równań sprężystości szczególnie w przypadku nieliniowego związku konstytutywnego. Jest to potrzebne dlatego, iż przejście od zagadnienia istnienia

optymalnego projektu do wyznaczenia układu optymalności takiego projektu wymaga istotnej regularności słabych rozwiązań. Analiza matematyczna tego typu projektów co w rozprawie jest przeprowadzona np. w pracach [34-37], [39-43], [45], i dotyczy być może mniej złożonych konstrukcji. Po pierwsze, doktorant dołożył do znanej teorii matematycznej przykłady, które mają istotne znaczenie dla zastosowań w praktyce inżynierskiej. Po drugie, cała teoria optymalnych membran jest opracowana po raz pierwszy poprawnie. Po trzecie, cała teoria kopuł jest dziełem doktoranta. Do tej pory teoria optymalnych kopuł w literaturze nie istniała, znane były wyłącznie niektóre wersje metody FMD, były one jednak opracowane nieściśle.
Podstawowe i oryginalne wyniki Autora powinny zostać podane na początku rozprawy, a nie na końcu. Reszta rozprawy powinna zawierać reprezentatywne przykłady, a na końcu dowody matematyczne oryginalnych twierdzeń Autora. Twierdzenia matematyczne są modyfikacją znanych z literatury wyników.

4. Konkluzja

Recenzowana praca stanowi bardzo wartościowe osiągnięcie naukowe w dziedzinie nauk inżynieryjno-technicznych, w inżynierii lądowej i w transporcie. Merytoryczne uwagi krytyczne, które nie umniejszają wartości pracy, należy traktować jako wskazówki do dalszej pracy badawczej Autora.

W świetle powyższego stwierdzam, że mgr inż. Karol Bołbotowski wykazał odpowiednie przygotowanie oraz umiejętność prowadzenia pracy naukowej. Recenzowana rozprawa doktorska spełnia wymogi stawiane pracom doktorskim zawarte w Ustawie z dnia 14 marca 2003 roku o tytułach i stopniach naukowych (Dz. U nr 65 poz.595). Wnoszę o dopuszczenie mgr inż. Karola Bołbotowskiego do publicznej obrony oraz o wyróżnienie rozprawy na zasadach przyjętych przez Radę Naukową Dyscypliny Inżynieria Lądowa i Transport Politechniki Warszawskiej.

Jan Sokołowski

Jan Sokołowski